

Modelado de funciones distancia asimétricas, no uniformes y no positivas definidas

Una función distancia es una función expresada mediante una fórmula, la cual, en términos de las coordenadas de dos puntos, determina la "distancia" entre ellos, donde distancia es una medida de la dificultad para trasladar un objeto de un punto a otro, que no necesariamente es la distancia geométrica entre ellos, sino que puede ser el costo de transporte, el tiempo de recorrido, la energía consumida, etc. El conocimiento de estas funciones es indispensable en problemas como los siguientes: problemas de localización de servicios, en los que se trata de determinar la mejor ubicación de uno o varios puntos de servicio de modo que se optimice cierta función; problemas de transporte y de la ruta "más corta", donde se trata de determinar la trayectoria que debe seguir un objeto, tal que se minimice la "longitud" de recorrido, el tiempo de recorrido, o la energía gastada.

El objetivo del trabajo es elaborar un marco teórico para modelar funciones distancia que puedan ser asimétricas, no uniformes e incluso que permitan distancias negativas.

El concepto tradicional de función distancia, llamado métrica, cumple condiciones que no siempre se satisfacen en problemas de la vida real. Entre estas condiciones están: a) simetría, es decir, la distancia de A a B es igual a la distancia de B a A; 2) uniformidad, la distan

cia entre dos puntos no cambia si éstos se trasladan una misma distancia en la misma dirección, y 3) no negatividad: la distancia entre dos puntos distintos es positiva. De las condiciones originales impuestas a las métricas solamente se conservan dos: la de identidad, es decir, la distancia de un punto a sí mismo es cero, y la desigualdad del triángulo.

Se intentó responder la pregunta de si a partir del conocimiento de una función distancia es posible determinar el camino o caminos de mínima longitud de un punto a otro, donde la longitud de los arcos se mide en términos de la función distancia considerada y, en caso afirmativo, cómo determinar esos arcos de longitud mínima.

La pregunta anterior llevó a una conceptualización de la noción de función distancia, y en particular al concepto de arco inducido por una función distancia, que en general es diferente del arco de mínimo distancia.



Mapas d -isodistancias: arcos d -inducidos y superficies d -isodistancia (o d -esferas) a partir de un punto fijo

Esta diferencia resulta patente en las funciones distancia L_p para p negativas, que son una generalización de las métricas L_p .

Por otro lado se obtuvo un método para modelar funciones distancia a partir del modelado de una función lagrangiana y resolver un problema de cálculo de variaciones. Este trabajo constituyó la tesis doctoral a la becaria Hérica Sánchez Larios, dirigida por el doctor Servio Tulio Guillén Burguete.