

# LA DUALIDAD FUERZA APLICADA-ENERGÍA MEDIDA Y SUS APLICACIONES

FRANCISCO J SÁNCHEZ SESMA Y MARTHA SUAREZ

La técnica de los cocientes espectrales H/V (de los módulos de la transformada de Fourier del componente horizontal entre el vertical de las vibraciones ambientales o micro-temblores) propuesta por Nakamura en 1989 ha recibido gran atención en todo el mundo debido a que con ella es posible obtener de manera sencilla y expedita el periodo dominante de un sitio y otra información referente a las características mecánicas del suelo y de su variación con la profundidad. Esta técnica ha sido exitosa en numerosos estudios experimentales; sin embargo, no existían fundamentos teóricos claros que la sustentaran. En este escrito se proporcionan los fundamentos que ayudan a comprender el porqué esta técnica es útil.

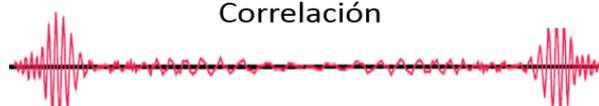
El fenómeno de difusión se presenta en múltiples circunstancias. Para que se produzca se requiere que una “fuente inicial” entre en contacto con un medio dado y que sus partículas o heterogeneidades difracten o “diluyan” la energía que la fuente inicial genera, de tal manera que sea difícil definir de dónde viene la perturbación, pues ésta se ha generalizado y

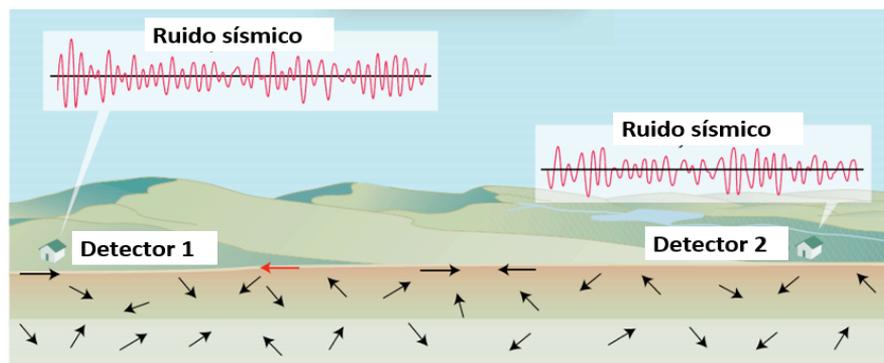
está en todos lados. Un ejemplo sencillo de difusión escalar se produce cuando se deja abierto un frasco de perfume en una habitación. Otro ejemplo, esta vez de naturaleza vectorial, se tiene en un día nublado o si hay múltiples fuentes de iluminación, lo que hace que no generemos sombra o muy poca. Se habla entonces de iluminación difusa porque debido a sus múltiples interacciones, la luz llega de todos lados. Estas analogías se reflejan en las ecuaciones que gobiernan estos fenómenos, que en sus varias expresiones se catalogan como “de difusión”.

En la tierra las ondas sísmicas tienen un comportamiento análogo; las heterogeneidades del subsuelo hacen que los registros de los sismos no sean muy limpios, porque después de las ondas principales llegan ondas reflejadas, refractadas y difractadas de todos lados. Se dice que la coda de los sismogramas (esto es, la parte final del registro) y el ruido ambiental son evidencia de la existencia de difracción múltiple en la litósfera y en el subsuelo. Las ondas sísmicas se propagan de acuerdo con las leyes de la dinámica lo que da lugar a ecuaciones de onda, sin embargo, la energía asociada y sus interacciones con múltiples objetos están gobernadas por ecuaciones de transporte que en tiempos largos tienden a ser ecuaciones de difusión.

Puede decirse que si en un medio heterogéneo, elástico y anisótropo, se aplica un conjunto no correlacionado de fuerzas aleatorias con distribución uniforme, teóricamente se genera un campo difuso. También puede surgir un campo difuso cuando las ondas sufren difracción múltiple. La suposición de un campo

## Correlación


$$\int u_1(t)u_2(t + \tau)dt = C(\tau)$$



Usando ruido sísmico ambiental. Cuando un campo difuso es generado por fuentes distantes o por difracción múltiple, los detectores registran señales aleatorias. Ocasionalmente una onda (por ejemplo, la representada por la flecha roja) es registrada por ambos detectores. La correlación entre señales revela las ondas en común que están asociadas al tiempo de viaje entre receptores. (Figura modificada a partir de Weaver, 2005)

difuso implica que existe iluminación uniforme en el medio o que hay múltiples difractores. Si bien no todas las vibraciones aleatorias generan un campo difuso, la suposición de que éste existe es muy útil en varias circunstancias.

Las ondas sísmicas presentes en la coda de terremotos y en el ruido sísmico ambiental conservan una coherencia residual y si se calcula la correlación entre señales temporales registradas en dos sitios (esto es, la correlación que existe entre ellos), ocasionalmente surgirá una onda que aparezca en ambos y que rescate lo que hay de común entre los dos sitios: el tiempo que tardó esa onda en viajar entre los receptores. Ese tiempo depende de las características del medio por donde se propaga.

Una de las aplicaciones de este conocimiento está vinculada a la exploración del subsuelo. El ruido sísmico ambiental y la coda de los sismos forman un campo de ondas que depende fuertemente de la estructura de suelo por el que viajan y de la distribución de las fuentes. El análisis de este campo proporciona una idea bastante clara de las propiedades físicas del subsuelo y de su velocidad de propagación. Este campo de ondas puede ser considerado como difuso (aunque no siempre lo sea) que contiene todo tipo de ondas elásticas y que es producido por la difracción múltiple.

En un campo difuso la energía disponible se reparte en cantidades asociadas a la densidad de modos o estados de vibración en una banda de frecuencia limitada. Además, puede describirse en función de los grados de libertad. Estos dos aspectos de la equipartición conducen a la interpretación del cociente espectral  $H/V$  de Nakamura en términos de la parte imaginaria de las funciones de Green.

Los campos equiparticionados tienen funciones de correlación proporcionales a las señales obtenidas por el empleo de fuerzas impulsivas concentradas (Funciones de Green). Estas correlaciones revelan información sobre una estructura del subsuelo que normalmente se obtiene sólo por métodos activos que consisten en la aplicación de fuerzas en superficie del terreno para detectar su respuesta. De esta dualidad entre fuerza aplicada y densidad de energía medida surge la justificación del popular método de Nakamura.

Si consideramos un espacio elástico completo 3D, las ondas longitudinales (onda P) y transversales (onda S) tienen densidades de energía en cantidades fijas y su suma es la misma si se considera el tipo de onda o los grados de libertad (direcciones). Para los tres grados de libertad, cualquier dirección ortogonal  $i$  del espacio tridimensional tiene la misma densidad de energía promedio  $E_i$ , esto es, un tercio de la densidad de

energía total. Para un semiespacio, la aparición de las ondas superficiales genera fluctuaciones de las densidades de energía cerca de la superficie, este efecto es somero e influye en una profundidad de aproximadamente una longitud de onda de Rayleigh. Pese a ello, el teorema de equipartición se aplica considerando además la densidad de energía debido a las ondas de Rayleigh.

Las ondas de cuerpo producidas por fuerzas horizontales pueden interactuar con las capas estratificadas; mientras que las ondas superficiales producidas por una fuerza vertical en alta frecuencia, son relativamente insensibles a las capas profundas. Su patrón de irradiación espacial es complicado, pero la característica distintiva es que más de  $2/3$  de la energía que sale del punto de aplicación de la fuerza lo hace como ondas S. Estos dos casos exhiben claramente el carácter distintivo de la energía irradiada en la parte imaginaria de la función de Green ( $\text{Im}G_{11}$  e  $\text{Im}G_{33}$  en la superficie).

La parte imaginaria representa la potencia inyectada por una fuerza armónica unitaria en un punto dado. Esta cantidad detecta las energías que son irradiadas por la fuente y las que regresan a ésta. En los casos prácticos no se tienen expresiones explícitas para la parte imaginaria de la función de Green, pero se tienen datos. Si los datos muestran estabilidad y el promedio converge, es muy probable que se acerquen a la forma de la parte imaginaria de la función de Green. En pocas palabras, conocer una función que se acerque a la forma que tiene la parte imaginaria de la función de Green nos ayuda a tener una idea de las propiedades físicas y geométricas del sitio.

Estas ideas se pueden aplicar para conocer las propiedades de un medio estratificado horizontalmente en los casos 1D y 3D, dependiendo de la manera de cómo se ilumina. Por ejemplo, cuando se supone la existencia de difracción múltiple donde se consideran las contribuciones de las ondas superficiales y de cuerpo (tratamos con un problema 3D) se establece la relación entre las correlaciones promedio y la función de Green, conduciendo a expresiones útiles para interpretar el promedio del cociente espectral  $H/V$ . Si la iluminación proviene de la profundidad, como ocurre para sismos cercanos o para sismos profundos con incidencia de ondas casi vertical, y se desprecia el efecto de las ondas superficiales, el análisis se puede llevar a cabo considerándolo como un problema 1D donde se puede demostrar que la parte imaginaria de la función de Green es proporcional al cociente de los módulos de las funciones de transferencia del medio, apreciándose que en el cociente  $H/V$  se excitan los modos superiores.

Las ondas que componen el ruido se distribuyen aleatoriamente debido a la difracción producida por las heterogeneidades de la tierra, por ello, se espera que se lleve a cabo la equipartición de la energía. Para frecuencias bajas ( $f < 0.3$  Hz) el ruido ambiental es dominado por la interacción del océano con la tierra sólida (Kedar y Webb, 2005)<sup>1</sup>. En altas frecuencias, el ruido es producto de la actividad humana y del viento, que debido a la atenuación, no se puede propagar a largas distancias. En cualquier caso el ruido se produce por fuentes superficiales que generan predominantemente ondas superficiales. Por tanto, se espera que las señales extraídas de los registros de ruido contengan principalmente ondas superficiales. A pesar de que las fuentes de ruido se ubican en la superficie y a que la difracción ocurre debido a la fuerte heterogeneidad de las capas superficiales y a la topografía, el resultado es el acoplamiento entre las ondas superficiales y las ondas de cuerpo. La eficiencia de este proceso en la tierra se ilustra mediante la observación de equipartición entre los diferentes modos de las ondas superficiales y de cuerpo.

En resumen, en un campo difuso la energía se reparte entre los distintos estados o modos de manera equitativa (equiparticionada). Cuando se comparan (correlacionan) las señales de ese campo medidas por los receptores, el resultado es la parte imaginaria de la función de Green que lleva implícitas las propiedades y geometría del medio por donde se propaga. El cociente espectral de la función de Green en la dirección horizontal entre la función en dirección vertical es muy parecido al cociente espectral obtenido con el método de Nakamura (cociente H/V). Por tanto, al analizar señales medidas en campo utilizando este método (Nakamura) se pueden interpretar los resultados comparándolos con los cocientes de las partes imaginarias de funciones de Green para deducir las propiedades del medio. |

---

#### Referencia

1. Kedar S. y Webb F.H. (2005). "The ocean's seismic hum". *Science*, 307(5710):682–683.